Eugenia Vlad

Teste rezolvate de matematică clasa a VII-a

Pregătire pentru Evaluarea Națională

R&S RENTROP & STRATON

Portal ÎNVĂȚĂMÂNT

TESTE

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

Testul nr. 1

SUBIECTUL I

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

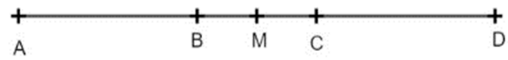
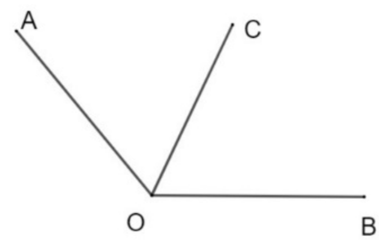
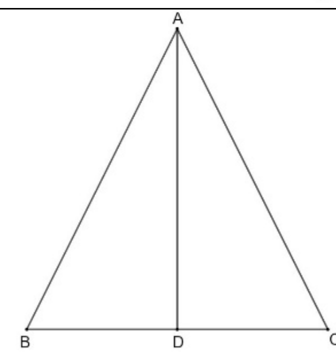
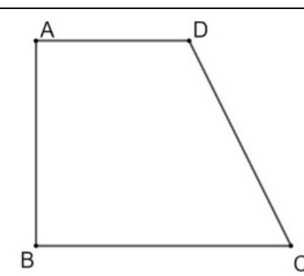
5p	**1.** Rezultatul calculului 2022 : 6 este: a) 337 b) 122 c) 377 d) 222
5p	**2.** Prețul unei cărți s-a micșorat cu 5%, adică acum costă cu 5 lei mai puțin. După reducerea de preț, ea costă: a) 95 lei b) 100 lei c) 105 lei d) 85 lei
5p	**3.** Inversul numărului 12 este: a) -12 b) $\frac{1}{12}$ c) 21 d) $\frac{12}{1}$
5p	**4.** Patru elevi calculează media aritmetică a numerelor reale x și y, unde $x = \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + \frac{3}{4}$ și $y = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$. Adela a obținut rezultatul 1, Barbu a găsit media 2, Cosmin are media 0, iar Denisa susține că rezultatul este -1. Dreptate are: a) Adela b) Barbu c) Cosmin d) Denisa
5p	**5.** Dintre următoarele mulțimi, cea care reprezintă enumerarea elementelor mulțimii A = $\{x \epsilon N \ / \ x \vdots 6,\ 2 \leq x < 24\}$ este: a) $\{6, 12, 18, 24\}$ b) $\{6, 12, 18\}$ c) $\{1, 2, 3, 6\}$ d) $\{2, 3, 6\}$
5p	**6.** Elevii claselor a VII-a ai unei școli au participat la Olimpiada de matematică, Etapa pe școală, obținând rezultatele din tabelul următor:

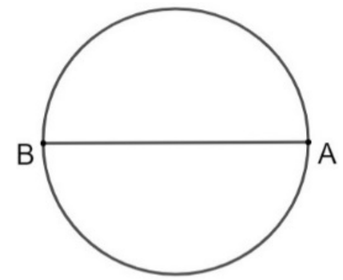
Nota obținută	**0 puncte**	**1 punct**	**2 puncte**	**3 puncte**	**4 puncte**	**5 puncte**	**6 puncte**	**7 puncte**
Număr de elevi	2	3	8	7	12	0	6	2

Știind că la Etapa locală a Olimpiadei se califică elevii cu punctaje mai mari sau egale cu 5 puncte, atunci numărul elevilor claselor a VII-a din școala respectivă care au trecut în etapa următoare este:
a) 8 b) 10 c) 18 d) 16

SUBIECTUL al II-lea

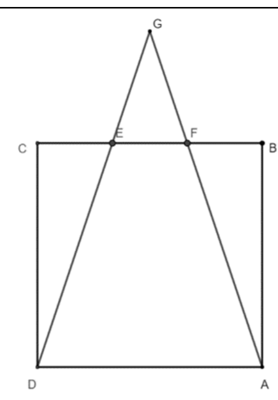
Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** În figura alăturată, punctele A, B, C, D sunt coliniare, astfel încât, AB = 3 cm, BC = 2 cm, CD = 3 cm, iar M este mijlocul segmentului AD. Atunci M este mijloc comun segmentelor:  a) AD și BC b) AD și CD c) AB și CD d) BC și AC
5p	**2.** În figura următoare, măsura $\angle AOB = 130°$. Atunci bisectoarea OC a unghiului $\angle AOB$ formează cu latura OB, un unghi de măsură:  a) 130° b) 90° c) 65° d) 40°
5p	**3.** În triunghiul ABC isoscel de bază BC, AD este înălțime, cu $D \in BC$, AB = 10 cm, BD = 3 cm. Lungimea perimetrului triunghiului ABC este:  a) 26 cm b) 16 cm c) 23 cm d) 13 cm
5p	**4.** În dreptunghiul ABCD cu AB = 3 cm și BC = 2AB. Atunci aria dreptunghiului dat este:  a) $36\ cm^2$ b) $6\ cm^2$ c) $18\ cm^2$ d) $9\ cm^2$
5p	**5.** Un teren în formă de trapez dreptunghic ABCD, cu $AD \perp AB$ și $AD \parallel CB$, $AD < CB$ are lungimea BC = 120 m, AB = 100 m, iar DC = 125 m. Suprafața terenului este de:  a) $30750\ m^2$ b) $8250\ m^2$ c) $20500\ m^2$ d) $12500\ m^2$

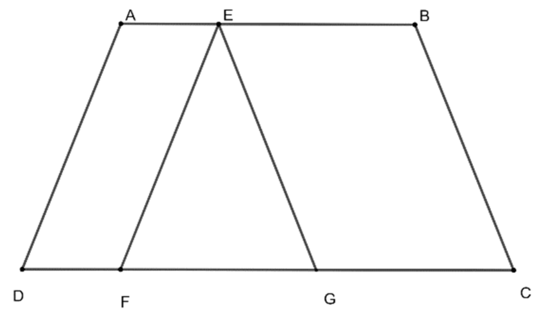
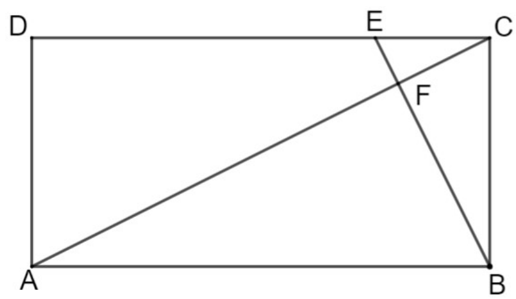
5p	**6.** În cercul din figura alăturată, diametrul are lungimea 20 cm. Gigel și Ionel au calculat lungimea cercului dat, iar Gigel susține că valoarea obținută este 10π cm^2. Afirmația lui Gigel este: a) falsă b) adevărată 

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Un turist parcurge o distanță astfel: în prima etapă 40% din distanță, în a doua etapă 25% din rest, iar în etapa a treia restul de 144 km.
2p	**a)** Poate fi distanța parcursă în prima etapa de 144 km? Justificați răspunsul!
3p	**b)** Aflați lungimea întregului traseu și distanțele parcurse în fiecare etapă.
5p	**2.** Se dă sistemul de 2 ecuații cu 2 necunoscute: $\begin{cases} \frac{x-y}{5} - \frac{2x-y}{2} = 3 \\ \frac{2x+y}{2} - \frac{x-3y}{3} = 1 \end{cases}$
2p	**a)** Poate fi valoarea lui y egală cu 3? Justificați!
3p	**b)** Aflați soluția sistemului.
5p	**3.** Se dau următoarele numere reale: $x = (3\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - (3 - \sqrt{10})^2$ și $y = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} + 14 \cdot \frac{\sqrt{10}}{15} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$
2p	**a)** Arătați că x este întreg pătrat perfect.
3p	**b)** Calculați valoarea expresiei $x - 2y$.
5p	**4.** În figura alăturată este reprezentat pătratul ABCD, cu AB = 6cm. Punctele E și F sunt pe latura BC astfel încât BF = EF = EC. $DE \cap AF = \{G\}$.
2p	**a)** Arătați că $AG = 3\sqrt{10}$ cm.
3p	**b)** Calculați sinusul unghiului $\angle AGD$. 

www.rs.ro

5p	**5.** În figura alăturată, trapezul isoscel ABCD reprezintă o grădină. Sunt cultivate roșii în patrulaterul AEFD, ardei în ΔEFG și vinete pe suprafața EBCG. Se știe că AE=DF=20 m, AB=AD=60 m și FC=80 m.	
2p	**a)** Să se afle care este suprafața cultivată cu roșii.	
3p	**b)** Să se determine procentul din suprafața de vinete care este reprezentat de suprafața cultivată cu roșii din grădină.	
5p	**6.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul ABCD, AB=4EC, BC=2EC. $E \in (DC)$.	
2p	**a)** Demonstrați că $BE \perp AC$.	
3p	**b)** Pentru AB = 20 cm, $\{F\} = AC \cap BE$, arătați că perimetrul ΔAFB este mai mic decât 47 cm.	

SUGESTII DE REZOLVĂRI

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Testul nr. 1

SUBIECTUL I

5p	**1.** 2022 : 6 = 337$\Rightarrow$ a).
5p	**2.** $5\% \cdot x = 5 \Rightarrow \frac{5}{100} \cdot x = 5 \Rightarrow x = 100 \Rightarrow$ Prețul după reducere este: $100 - 5 = 95$ lei $\Rightarrow$ a).
5p	**3.** Inversul lui 12 este $12^{-1} = \frac{1}{12} \Rightarrow$ b).
5p	**4.** Obținem $x = \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ și $y = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}^{(\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}^{(\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}} - \sqrt{2}) \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = 1$. De aici, avem $m_a = \frac{x+y}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \Rightarrow$ a).
5p	**5.** Din A = $\{x \epsilon N \;/\; x \vdots 6,\ 2 \le x < 24\} \Rightarrow A = \{x \epsilon N / x = 6 \cdot k,\ 2 \le x < 24 \text{ și } k \epsilon N\} \Rightarrow A = \{6 \cdot 1, 6 \cdot 2, 6 \cdot 3\} = \{6, 12, 18\} \Rightarrow$ b).
5p	**6.** Numărul elevilor cu punctaj mai mare sau egal cu 5 este 10 + 6 + 2 = 18$\Rightarrow$ c).

SUBIECTUL al II-lea

5p	**1.** Dacă M este mijloc pentru AD $\Rightarrow$ AM = MD = (3 + 2 + 3) : 2 = 8 : 2 = 4 cm. Cum AB = 3 cm, avem BM = AM – AB = 3 – 2 = 1 cm, iar BC = 2 cm, deci M mijloc pentru BC $\Rightarrow$ M mijloc comun segmentelor AD și BC $\Rightarrow$ a).
5p	**2.** Cum OC este bisectoare pentru $\angle AOB$, iar $\angle AOB = 130°$, atunci $\angle AOC = \angle COB = 130° : 2 = 65° \Rightarrow$ c).
5p	**3.** În ΔABC isoscel, cu AD înălțime corespunzătoare bazei, atunci AD mediană, de unde BC = 2BD = 6 cm $\Rightarrow P_{\Delta ABC}$ = AB + BC + CA = $2 \cdot 10 + 6 = 26$ cm $\Rightarrow$ a).
5p	**4.** BC = 2 · AB, iar AB = 3cm, deci BC = 2 · 3 = 6 cm. Atunci, A_{ABCD} = AB · BC = 3 · 6 = 18 cm^2. $\Rightarrow$ c).
5p	**5.** Construim DE$\perp CB$, așadar DE = AB = 100 m, iar ABED dreptunghi.

	În ΔDEC, cu $\angle E = 90^\circ$, obținem din teorema lui Pitagora, $EC^2 = DC^2 - DE^2 \Rightarrow EC^2 = 15625 - 10000 = 5625 \Rightarrow EC = 75$ m $\Rightarrow AD = 120 - 75 = 45$ m. Acum, $\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(AD+BC)\cdot AB}{2} = \frac{(45+120)\cdot 100}{2} = 8250\ m^2 \Rightarrow$ b).
5p	**6.** $L_{C(O,\ OA)} = 2\pi R = 20\pi\ cm^2 \neq 10\pi\ cm^2 \Rightarrow$ Afirmația lui Gigel este falsă $\Rightarrow$ a).

SUBIECTUL al III-lea

5p	**1.** a) Dacă în etapa I, turistul ar parcurge 144 km, atunci 40% din distanță ar fi 144. Rezultă că tot drumul ar avea $144 \cdot 100 : 40 = 360$ km. Atunci, pentru etapele următoare ar trebui să rămână 216km, în etapa a II-a are de parcurs 25%, deci $216 : 4 = 54$ km, iar în etapa a III-a are de parcurs alți 162 km $\neq$ 144 km. Imposibil! b) Fie x distanța totală. Atunci $\frac{40}{100}\cdot x + \frac{25}{100}\cdot\left(x - \frac{40}{100}x\right) + 144 = x$. Rezolvând ecuația aceasta, obținem, consecutiv: $\frac{2}{5}\cdot x + \frac{1}{4}\cdot\left(x - \frac{2}{5}x\right) + 144 = x$, de unde $144 = x - \frac{2}{5}\cdot x - \frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}\cdot x$. Prin urmare, $20x - 8x - 3x = 144\cdot 20 \Rightarrow 9x = 2880 \Rightarrow x = 320$ km, iar în etapa I, a parcurs 128 km, iar în a II-a 48 km.
5p	**2.** a) Dacă $y = 3$, atunci, în prima relație am avea $-8\cdot x + 3\cdot 3 = 30 \Rightarrow -8\cdot x = 21$ (1), iar relația a doua ar deveni $4\cdot x + 27 = 6$ adică $4x = -21 \Leftrightarrow -8x = 84$ (2), ceea ce e imposibil, din (1) și (2), căci $21 \neq 84$. b) $\begin{cases} \frac{x-y}{5} - \frac{2x-y}{2} = 3 \\ \frac{2x+y}{2} - \frac{x-3y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-2y}{10} - \frac{10x-5y}{10} = \frac{30}{10} \\ \frac{6x+3y}{6} - \frac{2x-6y}{6} = \frac{6}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x + 3y = 30 \\ 4x + 9y = 6\ /\cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} -8x + 3y = 30 \\ 8x + 18y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow 21\cdot y = 42 \Leftrightarrow y = 2$, apoi $-8x = 24$, de unde $x = -3$ Soluția reală a sistemului este $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$
5p	**3.** a) Rezultatul calculului $x = \left(3\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)^2 - \left(3 - \sqrt{10}\right)^2 =$ $\left(3\sqrt{2}\right)^2 - 2\cdot 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 - 3^2 + 2\cdot 3\cdot\sqrt{10} - \sqrt{10}^2 =$ $18 - 6\sqrt{10} + 5 - 9 + 6\sqrt{10} - 10 = 4 = 2^2$, deci x este pătrat perfect b) $y = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} + 14\cdot\frac{\sqrt{10}}{15} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{15} + 14\cdot\frac{\sqrt{10}}{15} - \frac{2\sqrt{10}}{2} = 0$. Deci, $x - 2y = x = 4$.

5p	**4.** a) Construim GQ⊥ DA. Cu teorema lui Pitagora, în triunghiul CDE avem DE = $2\sqrt{10}$ cm. Punctul de intersecție a lui GQ cu CB este notat cu R, iar din teorema fundamentală a asemănării, avem $\Delta GER \sim \Delta GDQ$. Atunci $\frac{GE}{GD} = \frac{ER}{DQ} \Leftrightarrow \frac{GE}{GE+DE} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{GE}{GE+2\sqrt{10}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2GE = 2\sqrt{10}$, de unde GE = $\sqrt{10}$. Așadar, AG = GD = $3\sqrt{10}$ cm. b) Calculăm aria triunghiului AGD în două moduri: $\mathcal{A}_{AGD} = \frac{DA\cdot GQ}{2} = \frac{DG\cdot GA\cdot \sin\angle AGD}{2}$ Cu T.P., avem GQ = 9 cm. De aici, $\sin\angle AGD = \frac{DA\cdot GQ}{DG\cdot GA} = \frac{6\cdot 9}{90} = \frac{3}{5}$
5p	**5.** a) Se dovedește că AEFD este paralelogram, deci aria sa este $\mathcal{A}_{AEFD}$ = DF · AH, unde AH ⊥ DF. Dacă construim și înălțimea trapezului din B, obținem dreptunghiul ABIH, cu AB = IH = 60 m. De aici, IC = HD = (DC – AB) : 2 = 20 m. Deci H = F și AF⊥DF, și din teorema lui Pitagora, AF = $\sqrt{3600-400} = \sqrt{3200} = 40\sqrt{2}$ m. Suprafața cultivată cu roșii este $20 \cdot 40\sqrt{2} = 800\sqrt{2}$ m^2. Suprafața cultivată cu roșii este $20 \cdot 20\sqrt{10} = 400\sqrt{10}$ m^2. b) Observăm că GCBE este tot paralelogram, iar GC = 2DF. Așadar, aria lui EBCG este de 2 ori mai mare decât aria lui AEFD, adică roșiile sunt cultivate pe 50% din suprafața cultivată cu vinete.
5p	**6.** a) Cu criteriul (LUL), obținem $\Delta ABC \sim \Delta BCE$, cu raportul de proporționalitate al laturilor 2. De aici, $\angle ACB \equiv \angle CEB$, dar în ΔABC, cu $\angle ABC = 90^o$, $\angle ACB + \angle BAC = 90^o$. Apoi, $\angle BAC \equiv \angle ACE$, iar de aici, ΔEFC dreptunghic în F, adică BE ⊥ AC. b) AB = 20 cm ⟹ BC = 10, apoi, din teorema lui Pitagora, obținem AC = $10\sqrt{5}$ cm. Din teorema catetei, $AB^2 = AF \cdot AC$, de unde AF = $8\sqrt{5}$ cm, apoi FB se obține, cu teorema înălțimii, în ΔABC, $FB^2 = AF\cdot FC \Longrightarrow FB = 4\sqrt{5}$cm. $P_{AFB} = 20 + 12\sqrt{5}$ cm. Comparăm $20 + 12\sqrt{5}$ cu 47, apoi (scăzând 20) $12\sqrt{5}$ cu 27. Așadar împărțind cu 3, comparăm $4\sqrt{5}$ cu 9. De aici, ridicând la pătrat, avem de comparat 80 cu 81 și obținem 80 < 81, adică P_{AFB} < 47 cm.