Eugenia Vlad

Teste rezolvate de matematică clasa a VII-a

Pregătire pentru Evaluarea Națională

RENTROP & STRATON

Portal ÎNVĂȚĂMÂNT

TEST

Testul nr. 1

Subiectul I – Pentru itemii 1-6 încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.
(30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului 2022 : 6 este:
a) 337 b) 122 c) 377 d) 222

5p **2.** Prețul unei cărți s-a micșorat cu 5%, adică acum costă cu 5 lei mai puțin.
După reducerea de preț, ea costă:
a) 95lei b) 100lei c) 105lei d) 85lei

5p **3.** Inversul numărului 12 este:
a) -12 b) $\frac{1}{12}$ c) 21 d) $\frac{12}{1}$

5p **(5p) 4.** Patru elevi calculează media aritmetică a numerelor reale x și y, unde $x = \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + \frac{3}{4}$ și $y = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}$. Adela a obținut rezultatul 1, Barbu a găsit media 2, Cosmin are media 0, iar Denisa susține că rezultatul este -1.
Dreptate are:
a) Adela b) Barbu c) Cosmin d) Denisa

5p **5.** Dintre următoarele mulțimi, cea care reprezintă enumerarea elementelor mulțimii
A = $\{x \epsilon N \ / \ x \vdots 6, \ 2 \leq x < 24\}$ este:
a) $\{6, 12, 18, 24\}$ b) $\{6, 12, 18\}$ c) $\{1, 2, 3, 6\}$ d) $\{2, 3, 6\}$

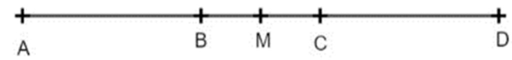
5p **6.** Elevii claselor a VII-a ai unei școli au participat la Olimpiada de matematică, Etapa pe școală, obținând rezultatele din tabelul următor:

Nota obținută	**0 puncte**	**1 punct**	**2 puncte**	**3 puncte**	**4 puncte**	**5 puncte**	**6 puncte**	**7 puncte**
Număr de elevi	2	3	8	7	12	0	6	2

Știind că la Etapa locală a Olimpiadei se califică elevii cu punctaje mai mari sau egale cu 5 puncte, atunci numărul elevilor claselor a VII-a din școala respectivă care au trecut în etapa următoare este:
a) 8 b) 10 c) 18 d) 16

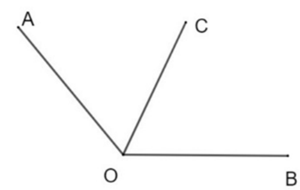
Subiectul al II-lea – Pentru itemii 1-6 încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 de puncte)

5p **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C, D sunt coliniare, astfel încât, AB = 3 cm, BC = 2 cm, CD = 3 cm, iar M este mijlocul segmentului AD. Atunci M este mijloc comun segmentelor:



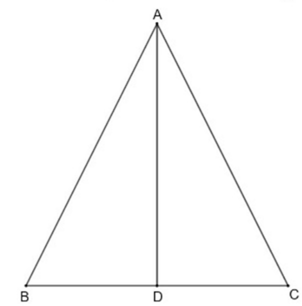
a) AD și BC b) AD și CD c) AB și CD d) BC și AC

5p **2.** În figura următoare, măsura $\angle AOB = 130°$. Atunci bisectoarea OC a unghiului ∠AOB formează cu latura OB, un unghi de măsură:



a) 130° b) 90° c) 65° d) 40°

5p **3.** În triunghiul ABC isoscel de bază BC, AD este înălțime , cu DϵBC, AB = 10 cm, BD = 3 cm. Lungimea perimetrului triunghiului ABC este:

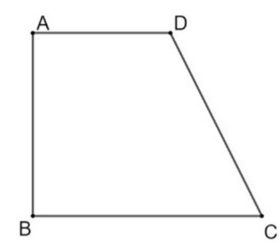


a) 26 cm b) 16 cm c) 23 cm d) 13 cm

5p **4.** În dreptunghiul ABCD cu AB = 3 cm și BC = 2AB. Atunci aria dreptunghiului dat este:

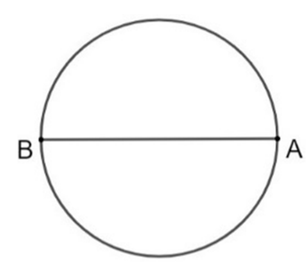
a) 36cm^2 b) 6cm^2 c) 18cm^2 d) 9cm^2

5p **5.** Un teren în formă de trapez dreptunghic ABCD, cu AD$\perp$ AB și AD $\parallel$ CB, AD > CB are lungimea BC = 120 m, AB = 100 m iar DC = 125 m. Suprafața terenului este de:



a) 30750m^2 b) 10250m^2 c) 20500m^2 d) 12500m^2

5p **6.** În cercul din figura alăturată, diametrul are lungimea 20 cm. Gigel și Ionel au calculat lungimea cercului dat, iar Gigel susține că valoarea obținută este 10π cm^2.
Afirmația lui Gigel este:



a) falsă b) adevărată

Subiectul al III-lea – Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Un turist parcurge o distanță astfel: în prima etapă 40% din distanță, în a doua etapă 25% din rest, iar în etapa a treia restul de 144 km.

2p **a)** Poate fi distanța parcursă în prima etapa de 144 km? Justificați răspunsul!

3p **b)** Aflați lungimea întregului traseu și distanțele parcurse în fiecare etapă.

5p **2.** Se dă sistemul de 2 ecuații cu 2 necunoscute: $\begin{cases} \frac{x-y}{5} - \frac{2x-y}{2} = 3 \\ \frac{2x+y}{2} - \frac{x-3y}{3} = 1 \end{cases}$

2p **a)** Poate fi valoarea lui *y* egală cu 3? Justificați!

3p **b)** Aflați soluția sistemului.

5p **3.** Se dau următoarele numere reale:

$x = \left(3\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)^2 - \left(3 - \sqrt{10}\right)^2$ și $y = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} + 14 \cdot \frac{\sqrt{10}}{15} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

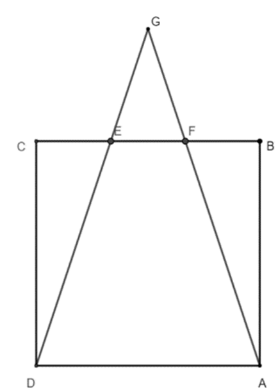
2p **a)** Arătați că *x* este întreg pătrat perfect.

3p **b)** Calculați valoarea expresiei *x-2y*.

5p **4**. În figura alăturată este reprezentat pătratul ABCD, cu AB = 6 cm. Punctele E și F sunt pe latura BC astfel încât BF=EF=EC. DE∩AF={G}.

2p **a)** Arătați că AG = $3\sqrt{10}$ cm.

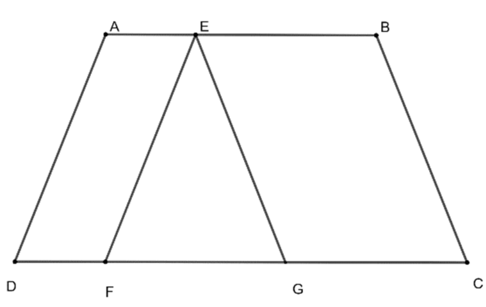
3p **b)** Calculați sinusul unghiului ∠AGD.



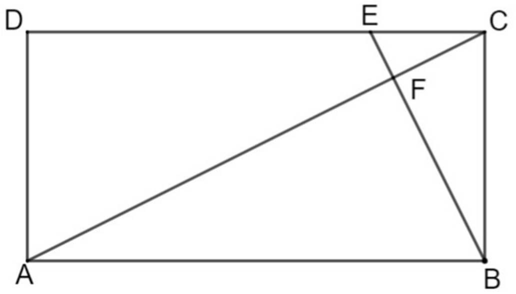
5p **5.** În figura alăturată, trapezul isoscel ABCD reprezintă o grădină. Sunt cultivate roșii în patrulaterul AEFD, ardei în ΔEFG și vinete pe suprafața EBCG. Se știe că AE=DF=20m, AB=AD=60m și FC=80m.

2p **a)** Să se afle care este suprafața cultivată cu roșii.

3p **b)** Să se determine procentul din suprafața de vinete care este reprezentat de suprafața cultivată cu roșii din grădină.



5p	**6.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul ABCD, $AB=4EC$, $BC=2EC$. $E\in(DC)$.
2p	**a)** Demonstrați că $BE\perp AC$.
3p	**b)** Pentru $AB = 20$ cm, $\{F\}=AC\cap BE$, arătați că perimetrul ΔAFB este mai mic decât 47 cm.



SUGESTII
DE REZOLVĂRI

Testul nr. 1

Subiectul I

1. 2022 : 6 = 337$\Longrightarrow$ a)

2. $5\% \cdot x = 5 \Longrightarrow \frac{5}{100} \cdot x = 5 \Longrightarrow x = 100 \Longrightarrow$ Prețul după reducere este: $100 - 5 = 95$ lei $\Longrightarrow$a)

3. Inversul lui 12 este $12^{-1}=\frac{1}{12} \Longrightarrow$ b)

4. Obținem $x = \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2 + \frac{3}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}=1$ și
$y = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}^{(\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}} - \sqrt{2})\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = 1$.
De aici, avem $m_a =\frac{x+y}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \Longrightarrow$ a)

5. Din A $=\{x \epsilon N \,/\, x \,\vdots\, 6,\ 2 \le x < 24\} \Longrightarrow A = \{x\epsilon N / x = 6 \cdot k,\ 2 \le x < 24 \text{ și } k \epsilon N\} \Longrightarrow A = \{6 \cdot 1, 6 \cdot 2, 6 \cdot 3\}=\{6, 12, 18\} \Longrightarrow$ b)

6. Numărul elevilor cu punctaj mai mare sau egal cu 5 este 10+6+2=18$\Longrightarrow$ c).

Subiectul al II-lea

1. Dacă M este mijloc pentru AD$\Longrightarrow$AM=MD=(3+2+3):2=8:2=4 cm. Cum AB=3 cm, avem BM=AM-AB=3-2=1 cm, iar BC=2cm, deci M mijloc pentru BC$\Longrightarrow$ M mijloc comun segmentelor AD și BC $\Longrightarrow$ a)

2. Cum OC este bisectoare pentru $\angle$AOB, iar $\angle A$OB $= 130°$, atunci $\angle$AOC $= \angle$CO$B = 130°:2 = 65° \Longrightarrow$ c)

3. În ΔABC isoscel, cu AD înălțime corespunzătoare bazei, atunci AD mediană, de unde BC=2BD=6 cm $\Longrightarrow$ $P_{\Delta ABC}$ =AB+BC+CA=2$\cdot 10 + 6 = 26$ cm $\Longrightarrow$ a)

4. BC=2·AB, iar AB=3cm, deci BC=2·3=6 cm. Atunci, A_{ABCD} =AB·BC=3·6=18 cm^2. $\Longrightarrow$ c)

5. Construim DE$\perp CB$, așadar DE = AB = 100, iar ABED dreptunghi, de unde DE=AB=120 cm. În ΔDEC, cu $\angle E$ =90°, obținem din teorema lui Pitagora, $EC^2=DC^2-DE^2$. De aici, EC=35 cm. $\Longrightarrow$AD=120-35=85 cm. Acum, $A_{ABCD} =\frac{(AD+BC)\cdot AB}{2}=\frac{(120+85)\cdot 100}{2}$=10250 cm^2. $\Longrightarrow$ b)

6. $L_{C(O,\,OA)}=2\pi R = 20\pi\ cm^2 \neq 10\pi\ cm^2 \Longrightarrow$ Afirmația lui Gigel este falsă $\Longrightarrow$ a).

Subiectul al III-lea

1. a) Dacă în etapa I, turistul ar parcurge 144 km, atunci 40% din distanță ar fi 144. Rezultă că tot drumul ar avea 144 · 100 : 40 =360 km. Atunci, pentru etapele următoare ar trebui să rămână 216km, în etapa a II- a are de parcurs 25%, deci 216 : 4 = 54 km, iar în etapa a III-a are de parcurs alți 142 km$\neq$ 144 km. Imposibil!

b) Fie x distanța totală. Atunci $\frac{40}{100}\cdot x + \frac{25}{100}\cdot\left(x - \frac{40}{100}x\right) + 144 = x$. Rezolvând ecuația aceasta, obținem, consecutiv: $\frac{2}{5}\cdot x + \frac{1}{4}\cdot\left(x - \frac{2}{5}x\right) + 144 = x$, de unde $144 = x - \frac{2}{5}\cdot x - \frac{1}{4}\cdot\frac{3}{5}\cdot x$. Prin urmare, $20x - 8x - 3x = 144\cdot 20 \Longrightarrow 9x = 2880 \Longrightarrow x = 320$ km, iar în etapa I, a parcurs 128 km, iar în a II-a 48 km.

2. a) Dacă $y = 3$, atunci, în prima relație am avea $-8\cdot x + 3\cdot 3 = 30 \Longrightarrow -8\cdot x = 21\ \ (1)$, iar relația a doua ar deveni $4\cdot x + 27 = 6$ adică $4x = -11 \Leftrightarrow -8x = 22\ \ \ (2)$, ceea ce e imposibil , din (1) și (2), căci $21 \neq 22$.

b) $\begin{cases} \frac{x-y}{5} - \frac{2x-y}{2} = 3 \\ \frac{2x+y}{2} - \frac{x-3y}{3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-2y}{10} - \frac{10x-5y}{10} = \frac{30}{10} \\ \frac{6x+3y}{6} - \frac{2x-6y}{6} = \frac{6}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x + 3y = 30 \\ 4x + 9y = 6\ /\cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} -8x + 3y = 30 \\ 8x + 18y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow 21\cdot y = 42 \Leftrightarrow y = 2$, apoi $-8\,x = 24$, de unde $x = -3$

Soluția reală a sistemului este $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$

3. a) Rezultatul calculului $x = \left(3\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)^2 - \left(3 - \sqrt{10}\right)^2 =$
$\left(3\sqrt{2}\right)^2 - 2\cdot 3\sqrt{2}\cdot\sqrt{5} + \sqrt{5}^2 - 3^2 + 2\cdot 3\cdot\sqrt{10} - \sqrt{10}^2 =$
$18 - 6\sqrt{10} + 5 - 9 + 6\sqrt{10} - 10 = 4 = 2^2$, deci x este pătrat perfect.

b) $y=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} + 14\cdot\frac{\sqrt{10}}{15} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{15} + 14\cdot\frac{\sqrt{10}}{15} - \frac{2\sqrt{10}}{2} = 0$. Deci, x-2y=x=4.

4. a) Construim GQ⊥DA. Cu teorema lui Pitagora, în triunghiul CDE avem DE=$2\sqrt{10}$ cm. Punctul de intersecție a lui GQ cu CB este notat cu R, iar din teorema fundamentală a asemănării, avem $\Delta GER \sim \Delta GDQ$. Atunci $\frac{GE}{GD} = \frac{ER}{DQ} \Leftrightarrow \frac{GE}{GE+DE} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{GE}{GE+2\sqrt{10}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2GE = 2\sqrt{10}$, de unde GE=$\sqrt{10}$. Așadar, AG=GD=$3\sqrt{10}$ cm.

b) Calculăm aria triunghiului AGD în două moduri: $A_{AGD} = \frac{DA\cdot GQ}{2} = \frac{DG\cdot GA\cdot \sin\angle AGD}{2}$. Cu T.P., avem GQ = 9 cm. De aici, $\sin\angle AGD = \frac{DA\cdot GQ}{DG\cdot GA} = \frac{6\cdot 9}{90} = \frac{3}{5}$.

5. a) Se dovedește că AEFD este paralelogram, deci aria sa este $A_{AEFD}=DF\cdot AH$, unde

$AH \perp DF$.
Dacă construim și înălțimea trapezului din B, obținem dreptunghiul ABIH, cu AB=IH=60 m.
De aici, IC=HD=(DC-AB):2=20 m. Deci H=F și $AF \perp DF$, și din teorema lui Pitagora, $AF=20\sqrt{10}$ m.
Suprafața cultivată cu roșii este $20 \cdot 20\sqrt{10}=400\sqrt{10}$ m^2.

b) Observăm că GCBE este tot paralelogram, iar GC=2DF. Așadar, aria lui EBCG este de 2 ori mai mare decât aria lui AEFD, adică roșiile sunt cultivate pe 50% din suprafața cultivată cu vinete.

6. a) Cu criteriul (LUL), obținem $\Delta ABC \sim \Delta BCE$, cu raportul de proporționalitate al laturilor 2. De aici, $\angle ACB \equiv \angle CEB$, dar în ΔABC, cu $\angle ABC=90^{o}$, $\angle ACB + \angle BAC=90^{o}$. Apoi, $\angle BAC \equiv \angle ACE$, iar de aici, ΔEFC dreptunghic în F, adică $BE \perp AC$.
b) AB=20 cm $\Longrightarrow$BC=10, apoi, din teorema lui Pitagora, obținem $AC=10\sqrt{5}$ cm. Din teorema catetei, $AB^2=AF \cdot AC$, de unde $AF=8\sqrt{5}$ cm, apoi FB se obține, cu teorema înălțimii, în ΔABC, $FB^2=AF \cdot FC \Longrightarrow FB=4\sqrt{5}$cm. $P_{AFB}=20+12\sqrt{5}$ cm. Comparăm $20+12\sqrt{5}$ cu 47, apoi(scăzând 20)
$12\sqrt{5}$ cu 27. Așadar împărțind cu 3, comparăm $4\sqrt{5}$ cu 9. De aici, ridicând la pătrat , avem de comparat 80 cu 81 și obținem 80<81, adică P_{AFB} <47 cm.